Préparer ma rentrée en Première

spécialité mathématiques
CORRIGÉ

Eté 2022

1 Symboles

Exercice n° 1

Le tableau ci-dessous donne le nombre de chômeurs (en milliers) selon le sexe et l'âge en 2012

	Femmes (F)	Hommes (H)	Ensemble
15 ans ou plus (C)	1 361	1 451	2 812
15 - 24 ans (C_1)	297	361	658
25 - 49 ans (C_2)	812	816	1 628
50 - 64 ans (C_3)	250	272	522
65 ans ou plus (C_4)	2	2	4

source : INSEE, enquête Emploi 2012

Champ : France métropolitaine, population des ménages, personnes de 15 ans ou plus (âge courant).

1. L'ensemble F possède 1 361 éléments.

2. Concrètement, dans cet exemple, l'ensemble C de tous les éléments étudiés est l'ensemble de tous les chômeurs en 2012.
Il est composé de 2 812 éléments

3. $H \cap C_2$ est l'ensemble des hommes chômeurs âgés de 25 à 49 ans. Il est composé de 816 éléments.

4. $F \cup C_3$ est l'ensemble des femmes au chômage et âgées de 50 à 64 ans. Il est composé de 250 éléments.

5. $\overline{F}$ est l'ensemble des hommes au chômage. Il est composé de 1 451 éléments.

6. $\overline{C_1}$ est l'ensemble des chômeurs de plus de 24 ans. il est composé de $2\ 812 - 658 = 2\ 154$ éléments.

Exercice n° 2

Recopier et compléter les pointillés :

1. $3 \in \mathbb{N}$; $-3 \notin \mathbb{N}$; $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$; $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$.

2. Soit x un nombre compris entre 1 et 2, mais différent de 2, alors $x \in [1;2[$ et $[1;2[\subset \mathbb{R}$

3. $[1;13[\cap [0;2[= [1;2[$

4. Les deux intervalles $[1;3]$ et $[4;+\infty[$ sont disjoints.

5. L'ensemble de tous les nombres réels qui ne sont pas strictement supérieurs à 4 est l'intervalle $]-\infty;4]$.

6. Soit x un nombre réel. Si $x \notin [1;3[$ alors $x \in]-\infty;1[\cup [3;+\infty[$.

7. Le complémentaire de l'ensemble $[1;3[$ dans $\mathbb{R}$ est donc $]-\infty;1[\cup [3;+\infty[$.

8. Le complémentaire de l'ensemble des réels x tels que $x > 1$ est l'intervalle $]-\infty;1]$.

2 Calcul numérique

Prérequis

✏ Règles de calculs sur les fractions et les puissances.

✏ Racine carrée d'un nombre réel positif et règles de calculs.

Exercice nº 3

1. $D = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

$D = \frac{6}{12} - \frac{4}{12} + \frac{3}{12}$

$D = \frac{6-4+3}{12}$

$D = \frac{5}{12}$

2. $E = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + 3\left(\frac{4}{5} - \frac{5}{6}\right)$

$E = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + 3\left(\frac{24}{30} - \frac{25}{30}\right)$

$E = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + 3\left(-\frac{1}{30}\right)$

$E = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} - \frac{1}{10}$

$E = \frac{40}{60} - \frac{45}{60} - \frac{6}{60}$

$E = -\frac{11}{60}$

3. $F = \dfrac{\frac{3}{2} - \frac{7}{5}}{\frac{2}{5} \times \frac{4}{3} + 1}$

$F = \dfrac{\frac{15}{10} - \frac{14}{10}}{\frac{8}{15} + 1}$

$F = \dfrac{\frac{1}{10}}{\frac{8}{15} + \frac{15}{15}} = \dfrac{\frac{1}{10}}{\frac{23}{15}}$

$F = \frac{1}{10} \times \frac{15}{23}$

$F = \frac{15}{10 \times 23}$

$F = \frac{3 \times 5}{2 \times 5 \times 23}$

$F = \frac{3}{46}$

Exercice nº 4

1. $A = \frac{3^{27} - 3^{29}}{3^{28}}$

$A = \frac{3^{27}\left(1 - 3^2\right)}{3^{27} \times 3}$

$A = \frac{1-9}{3} = -\frac{8}{3}$

2. $B = \frac{2^5 \times 4^{-5}}{8}$

$B = \frac{2^5 \times \left(2^2\right)^{-5}}{2^3}$

$B = \frac{2^5 \times 2^{-10}}{2^3}$

$B = 2^{5-10-3} = 2^{-8}$

3. $C = \frac{3^{-6} \times 5^5}{(5^2)^3 \times 3^{-5}}$

$C = 3^{-6} \times 3^5 \times 5^5 \times 5^{-6}$.

$C = 3^{-1} \times 5^{-1} = \frac{1}{15}$

4. $D = \frac{8^2 \times 9^{-5}}{3^{-11} \times 2^8}$

$D = \frac{\left(2^3\right)^2 \times \left(3^2\right)^{-5}}{3^{-11} \times 2^8}$

$D = \frac{2^6 \times 3^{-10}}{3^{-11} \times 2^8}$

$D = 2^{6-8} \times 3^{-10+11}$

$D = 2^{-2} \times 3 = \frac{3}{4}$

5. $E = \frac{3^{1505} + 3^{1505} + 3^{1505}}{3^{1506}}$

$E = \frac{3 \times 3^{1505}}{3^{1506}}$

$E = \frac{3^{1506}}{3^{1506}} = 1$

Exercice nº 5

1. $J = \sqrt{48}$

$J = \sqrt{4^2 \times 3}$

$J = 4\sqrt{3}$

2. $K = \sqrt{36 + 64}$

$K = \sqrt{100}$

$K = 10$

3. $L = 5\sqrt{27} - 3\sqrt{48}$

$L = 5\sqrt{3^2 \times 3} - 3\sqrt{4^2 \times 3}$

$L = 5 \times 3\sqrt{3} - 3 \times 4\sqrt{3}$

$L = 15\sqrt{3} - 12\sqrt{3}$

$L = 3\sqrt{3}$

4. $M = \dfrac{\sqrt{81}}{\sqrt{242}} \times \dfrac{\sqrt{98}}{\sqrt{25}}$

$M = \dfrac{\sqrt{9^2}}{\sqrt{2 \times 11^2}} \times \dfrac{\sqrt{2 \times 7^2}}{\sqrt{5^2}}$

$M = \dfrac{9 \times 7\sqrt{2}}{5 \times 11\sqrt{2}}$

$M = \dfrac{63}{55}$

Exercice n° 6

1. $A = \dfrac{3}{\sqrt{5}+1}$

$A = \dfrac{3}{\sqrt{5}+1} \times \dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-1}$

$A = \dfrac{3\left(\sqrt{5}-1\right)}{\left(\sqrt{5}+1\right)\left(\sqrt{5}-1\right)}$

$A = \dfrac{3\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}^2 - 1^2} = \dfrac{3\sqrt{5}-3}{4}$

2. $B = \dfrac{-2}{\sqrt{7}-2}$

$B = \dfrac{-2}{\sqrt{7}-2} \times \dfrac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}+2}$

$B = \dfrac{-2\sqrt{7}-4}{\sqrt{7}^2 - 2^2}$

$B = \dfrac{-2\sqrt{7}-4}{3}$

3. $C = \dfrac{1+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$

$C = \dfrac{1+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} \times \dfrac{3+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$

$C = \dfrac{\left(1+\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{5}\right)}{3^2 - \sqrt{5}^2}$

$C = \dfrac{3+\sqrt{5}+3\sqrt{5}+\sqrt{5}^2}{4}$

$C = \dfrac{8+4\sqrt{5}}{4} = 2+\sqrt{5}$

4. $D = \dfrac{6-\sqrt{2}}{4-\sqrt{2}}$

$D = \dfrac{6-\sqrt{2}}{4-\sqrt{2}} \times \dfrac{4+\sqrt{2}}{4+\sqrt{2}}$

$D = \dfrac{\left(6-\sqrt{2}\right)\left(4+\sqrt{2}\right)}{\left(4-\sqrt{2}\right)\left(4+\sqrt{2}\right)}$

$D = \dfrac{24+6\sqrt{2}-4\sqrt{2}-2}{4^2 - \sqrt{2}^2}$

$D = \dfrac{22+2\sqrt{2}}{14} = \dfrac{11+\sqrt{2}}{7}$

Exercice n° 7

1. $f(x) = 2x - 3 + \dfrac{1}{x+1}$

$= (2x-3) \times \dfrac{x+1}{x+1} + \dfrac{1}{x+1}$

$= \dfrac{(2x-3)(x+1)+1}{x+1}$

$= \dfrac{2x^2+2x-3x-3+1}{x+1}$

$f(x) = \dfrac{2x^2-x+3-2}{x+1}$

a. $f\left(\dfrac{2}{3}\right) = 2 \times \dfrac{2}{3} - 3 + \dfrac{1}{\frac{2}{3}+1}$

$$= \frac{4}{3} - \frac{9}{3} + \frac{1}{\frac{2}{3} + \frac{3}{3}}$$

$$= -\frac{5}{3} + \frac{1}{\frac{5}{3}}$$

$$= -\frac{5}{3} + \frac{3}{5}$$

$$= -\frac{25}{15} + \frac{9}{15} = -\frac{16}{15}$$

b. $f\left(\sqrt{5}\right) = \dfrac{2 \times \sqrt{5}^2 - \sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} + 1}$

$$= \frac{10 - \sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} + 1} = \frac{8 - \sqrt{5}}{\sqrt{5} + 1}$$

c. $f\left(\sqrt{3} - 1\right) = \dfrac{2\left(\sqrt{3} - 1\right)^2 - \left(\sqrt{3} - 1\right) - 2}{\sqrt{3} - 1 + 1}$

$$= \frac{2\left(3 - 2\sqrt{3} + 1\right) - \left(\sqrt{3} + 1\right) - 2}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{8 - 4\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} - 1 - 2}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{7 - 5\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

Exercice n° 8

1. $\phi^2 - \phi - 1 = \left(\dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) - 1$

$$= \frac{1^2 + 2\sqrt{5} + \sqrt{5}^2}{4} - \frac{2 + 2\sqrt{5}}{4} - \frac{4}{4}$$

$$= \frac{1 + 2\sqrt{5} + 5 - 2 - 2\sqrt{5} - 4}{4}$$

$$= 0$$

2. $\dfrac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} = \dfrac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} \times \dfrac{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}}{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}}$

$$= \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}}{\left(\sqrt{n} + \sqrt{n+1}\right)\left(\sqrt{n} - \sqrt{n+1}\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}}{\sqrt{n}^2 - \sqrt{n+1}^2}$$

$$= \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}}{n - n - 1}$$

$$= -\sqrt{n} + \sqrt{n+1}$$

$$= \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

Exercice n° 9

$$\begin{aligned} 2^n + 2^n &= 2 \times 2^n \\ &= 2^{n+1} \end{aligned}$$

3 Calcul littéral

Prérequis

- ✏ Maîtriser les identités remarquables et les priorités de développements.
- ✏ Repérer ou mettre en évidence un facteur commun pour factoriser.
- ✏ Mettre en évidence une identité remarquable pour factoriser.
- ✏ Réduire des fractions au même dénominateur.

Exercice nº 10

Développer des expressions

$A = 2(3x-1)^2 - (5x+3)(2-3x)$

$A = 2(9x^2 - 6x + 1) - (10x - 15x^2 + 6 - 9x)$

$A = 18x^2 - 12x + 2 - 10x + 15x^2 - 6 + 9x$ donc $A = 33x^2 - 13x - 4$

$B = (2x-9)(3-2x) + 5(2x+1)^2$
$B = (6x - 4x^2 - 27 + 18x) + 5(4x^2 + 4x + 1)$
$B = 6x - 4x^2 - 27 + 18x + 20x^2 + 20x + 5$
$B = 16x^2 + 44x - 22$

$C = 4(x-6)^2 - 3(5x+3)(5x-3)$
$C = 4(x^2 - 12x + 36) - 3(25x^2 - 9)$
$C = 4x^2 - 48x + 144 - 75x^2 + 27$
$C = -71x^2 - 48x + 171$

Exercice nº 11

Exemple guidé - Factoriser des expressions

$A = 6x + 3 + 4(2x+1)^2$

$A = 6(2x+1) + 4(2x+1)(2x+1)$
$A = (2x+1)(6 + 4(2x+1))$
$A = (2x+1)(6 + 8x + 4)$ donc $A = (2x+1)(8x+10)$

$B = 2(5x-1)^2 + 10x - 2$
$B = 2(5x-1)^2 + 2(5x-1)$
$B = (5x-1)\,(2(5x-1) + 2)$
$B = (5x-1)\,(10x - 2 + 2)$
$B = 10x(5x-1)$

$C = (x^2 - 4) - (x+2)^2$
$C = (x-2)(x+2) - (x+2)^2$
$C = (x+2)\,((x-2) - (x+2))$
$C = (x+2)\,(x - 2 - x - 2)$
$C = -4(x+2)$

Exercice n° 12

Exemple guidé - Factoriser des expressions

$A = 36x^2 - (5x+1)^2$

$A = (6x)^2 - (5x+1)^2$

$A = ((6x) + (5x+1))\,((6x) - (5x+1))$

$A = (6x+5x+1)\,(6x-5x-1)$ donc $A = (11x+1)(x-1)$

$B = (4x-3)^2 - 25x^2$
$B = (4x-3)^2 - (5x)^2$
$B = (4x-3-5x)(4x-3+5x)$
$B = (-x-3)(9x-3)$

$C = 49 - (5x+2)^2$
$C = 7^2 - (5x+2)^2$
$C = (7-(5x+2))\,(7+(5x+2))$
$C = (7-5x-2))\,(7+5x+2)$
$C = (-5x+5)\,(5x+9)$

Exercice n° 13

Exemple guidé - Ecrire sous forme d'une seule fraction.

$A = 4 + \dfrac{3}{x+2}$

$A = \dfrac{4\times(x+2)}{x+2} + \dfrac{3}{x+2}$

$A = \dfrac{4x+4}{x+2} + \dfrac{3}{x+2}$ donc $A = \dfrac{4x+7}{x+2}$

$B = \dfrac{2x}{3x-1} - 5$
$B = \dfrac{2x}{3x-1} - 5 \times \dfrac{3x-1}{3x-1}$
$B = \dfrac{2x - 5\times(3x-1)}{3x-1}$
$B = \dfrac{2x-15x+5)}{3x-1}$
$B = \dfrac{-13x+5)}{3x-1}$

$C = \dfrac{4}{2x+6} - \dfrac{3}{x-5}$
$C = \dfrac{4}{2x+6} \times \dfrac{x-5}{x-5} - \dfrac{3}{x-5} \times \dfrac{2x+6}{2x+6}$
$C = \dfrac{4(x-5) - 3(2x+6)}{(x-5)(2x+6)}$
$C = \dfrac{4x-20-6x-18)}{2x^2+6x-10x-30}$
$C = \dfrac{-2x-38)}{2x^2-4x-30}$

Exercice n° 14

1. La largeur est x et la longueur est $x+7$
   Le périmètre est donc $P(x) = 2x + 2(x+7) = 4x+14$
2. L'aire est $\mathscr{A}(x) = x(x+7)$
3. Si $x = 13$ alors $P(13) = 4\times 13 + 14 = 66$
   $\mathscr{A}(13) = 13 \times (13+7) = 260$

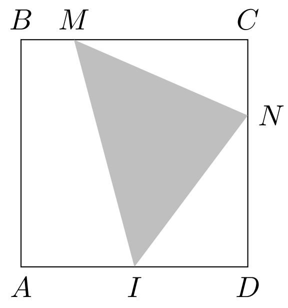
Exercice n° 15

1. Pour x entrées avec la première formule : $P_1(x) = 20 + 2x$
   avec la deuxième formule : $P_2(x) = 5x$

2. Pour $x = 4$, on a $P_1(4) = 20 + 2 \times 4 = 28$
et $P_2(4) = 5 \times 4 = 20$
La deuxième formule est la plus avantageuse.
Pour $x = 25$, on a $P_1(25) = 20 + 2 \times 25 = 70$
et $P_2(25) = 5 \times 25 = 125$
La première formule est la plus avantageuse.

Exercice n° 16

$$\begin{aligned}
\mathscr{A}_{IMN} &= \mathscr{A}_{ABCD} - \mathscr{A}_{MCN} - \mathscr{A}_{IDN} - \mathscr{A}_{BMIA} \\
&= 6^2 - \frac{1}{2} \times (6-x) \times x - \frac{1}{2} \times 3 \times (6-x) - \frac{(x+3) \times 6}{2} \\
&= 6^2 - \frac{6x - x^2 - (18 - 3x) - (6x + 18)}{2} \\
&= 36 - \frac{6x - x^2 - 18 + 3x - 6x - 18}{2} \\
&= 36 - \frac{-x^2 + 3x - 36}{2} \\
&= \frac{72 - (-x^2 + 3x - 36)}{2} \\
&= \frac{x^2 - 3x + 108}{2}
\end{aligned}$$

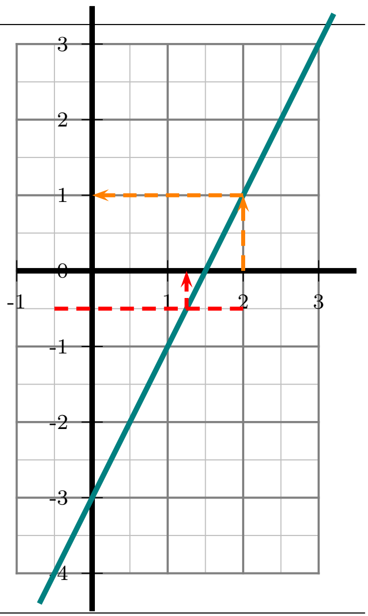


4 Fonctions

Prérequis

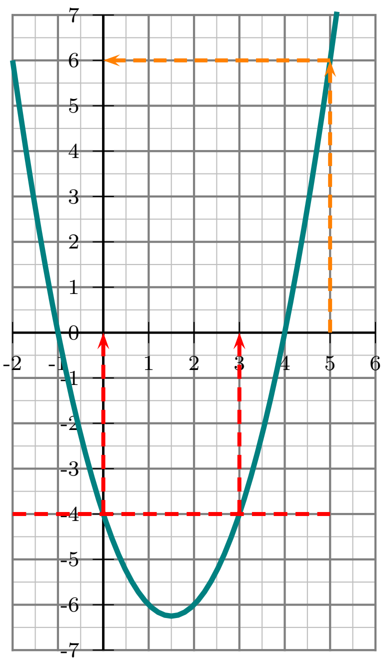
- ✏ Notions de fonction, d'image, d'antécédent.
- ✏ Fonctions affines.
- ✏ Résolution d'équations.

Exercice n° 17



1. On peut lire sur le graphique que l'image de 2 est environ 1 (voir graphique).
2. $f(2) = 2 \times 2 - 3 = 1$
3. On peut lire sur le graphique que l'antécédent de $-0,5$ est environ 1,25 (voir graphique).
4. On cherche x tel que $f(x) = -0.5$
   soit tel que $2x - 3 = -0,5$
   $2x = 2,5$
   $x = 1,25$

Exercice n° 18



1. **a.** On peut lire sur le graphique que l'image de 5 est 6 (voir graphique).
   b. $f(5) = 5^2 - 3 \times 5 - 4 = 25 - 15 - 4 = 6$
2. Les antécédents de 0 sont -1 et 4.
3. On cherche les antécédents de -4.
   On peut lire sur le graphique que les antécédents de -4 sont 0 et 3. (voir graphique).
4. On a besoin de $f(1,5) = 1,5^2 - 3 \times 1,5 - 4 = -6,25$

x	$-\infty$	1.5	$+\infty$
variation de f	↘	-6.25	↗

5. Les racines de f sont -1 et 4.

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Exercice n° 19

1. **a.** On peut lire sur le graphique que l'image de $-\dfrac{3}{2}$ est environ 3 (voir graphique).
   b. $f\left(-\dfrac{3}{2}\right) = \left(-\dfrac{3}{2}\right)^3 - \left(-\dfrac{3}{2}\right)^2 - 6\left(-\dfrac{3}{2}\right)$

$$= -\frac{27}{8} - \frac{9}{4} + \frac{18}{2}$$
$$= -\frac{27}{8} - \frac{18}{8} + \frac{72}{8}$$
$$= \frac{27}{8}$$

2. **a.** $(x-3)(x+2) = x^2 + 2x - 3x - 6 = x^2 - x - 6$

b. $f(x) = x^3 - x^2 - 6x$
$= x\left(x^2 - x - 6\right)$
$= x\,(x-3)\,(x+2)$

c. On cherche les solutions de l'équation $f(x) = 0$
$f(x) = 0 \iff x\,(x-3)\,(x+2) = 0$
$\iff x = 0$ ou $x - 3 = 0$ ou $x + 2 = 0$
$\iff x = 0$ ou $x = 3$ ou $x = -2$
Les antécédents de 0 sont 0, 3 et -2

d. On lit les abscisses des points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses.

3. On a besoin de $f(-1) = 4$ et $f(1,75) = -8,25$

x	$-\infty$		-1		1.75		$+\infty$
variation de f		$\nearrow$	4	$\searrow$	-8.25	$\nearrow$	

4. $f(x) = x\,(x-3)\,(x+2)$
le premier facteur change de signe en 0 ;
le deuxième facteur change de signe en 3 ;
le troisième facteur change de signe en -2.

x	$-\infty$		-2		0		3		$+\infty$
signe de x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
signe de $x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

5. **a.** Les antécédents de -6 sont environ $-2,5$, 1 et 2,5.

b. $x^3 - x^2 = x^2(x-1)$ et $-6x + 6 = -6(x-1)$

c. ✷ $f(x) = -6 \iff x^3 - x^2 - 6x = -6$
$\iff x^3 - x^2 - 6x + 6 = 0$
$\iff x^2(x-1) - 6(x-1) = 0$
$\iff (x-1)\left(x^2 - 6\right) = 0$
$\iff x - 1 = 0$ ou $x^2 - 6 = 0$
$\iff x = 1$ ou $x = \sqrt{6}$ ou $x = -\sqrt{6}$
$S = \{1; \sqrt{6}; -\sqrt{6}\}$

Exercice n° 20

1. Voici une copie d'écran

main.py
```python
def Algo1(x):
  a=x**2
  b=-6*x
  c=a+b+8
  return c

def Algo2(x):
  a=x-3
  b=a**2
  c=b-1
  return c
```

```
> Algo1(0)
8
> Algo1(3)
-1
> Algo1(17)
195
> Algo2(0)
8
> Algo2(3)
-1
> Algo2(17)
195
>
```

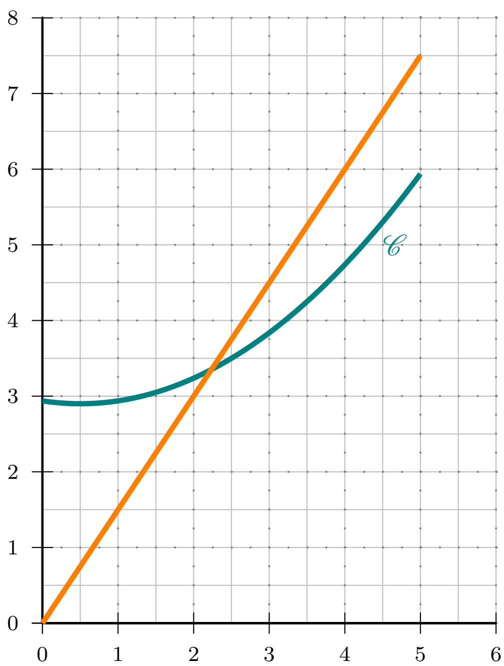
2. Il semble que les deux algorithmes donnent le même résultat pour toute valeur de x.
   L'expression algébrique de l'algorithme 1 est $x^2 - 6x + 8$
   L'expression algébrique de l'algorithme 2 est $(x-3)^2 - 1$
   Or $(x-3)^2 - 1 = x^2 - 6x + 9 - 1 = x^2 - 6x + 8$
3. On cherche x tel que $(x-3)^2 - 1 = 48$ ou encore $(x-3)^2 = 49$
   On a donc $x - 3 = \sqrt{7}$ ou $x - 3 = -\sqrt{7}$
   $x = \sqrt{7} + 3$ ou $x = -\sqrt{7} + 3$
   Il faut donc saisir les valeurs $x = \sqrt{7} + 3$ ou $x = -\sqrt{7} + 3$

Exercice n° 21

1. On a $x \in [0; 10]$
2. Les dimensions de la boîte sont $10 - 2x$ par $10 - 2x$ par x donc le volume est $\mathscr{V}(x) = x(10-2x)^2$
3. A l'aide du tableau de valeurs donné par la calculatrice, le volume maximal est de 74,052 cm^3 ; il est atteint pour $x = 1,7$.

Exercice n° 22

1. le coût est minimal pour $x = 0,5$.
   Autrement dit, le coût de fabrication est minimal quand on fabrique 50 cartes à puces.
2. On a $R(x) = 1.5x$ où $R(x)$ est exprimé en centaines d'euros.
3. Voir graphique
4. $B(x) = R(x) - f(x)$
   $B(x) = 1,5x - (0,15x^2 - 0,15x + 2,9375)$
   $B(x) = -0,15x^2 + 1,65x - 2,9375$
5. L'entreprise est bénéficiaire quand la courbe de R est au-dessus de la courbe $\mathscr{C}$, c'est à dire quand $x > 2,2$
   Il faut donc que l'entreprise produise au moins 220 carte à puces.



5 Equations

Prérequis

- Savoir développer et factoriser une expression.
- Connaître et savoir utiliser les identités remarquables.
- Résolution d'une équation du premier degré et d'une équation produit nul.

Exercice n° 23

1. $2x+3=-3x+7$
$2x+3x=-3+7$
$5x=4$
$x=\frac{4}{5}$ donc $S=\left\{\frac{4}{5}\right\}$

2. $-4x+1=9$
$-4x=9-1$
$-4x=8$
$x=\frac{8}{-4}=-2$ donc $S=\{-2\}$

3. $-x=x+16$
$-2x=16$
$x=\frac{16}{-2}=-8$ donc $S=\{-8\}$

4. $(-x-4)(-x+7)=0$
$-x-4=0$ ou $-x+7=0$
$x=-4$ ou $x=7$ donc $S=\{-4;7\}$

5. $9(-3x-1)(6x-36)=0$
$-3x-1=0$ ou $6x-36=0$
$-3x=1$ ou $6x=36$
$x=-\frac{1}{3}$ ou $x=6$ donc $S=\left\{-\frac{1}{3};6\right\}$

6. $-x(x+16)(2-5x)=0$
Pour qu'un produit de facteurs soit nul, il faut que l'un au moins des facteurs soit nul.
$-x=0$ ou $x+16=0$ ou $2-5x=0$
$x=0$ ou $x=-16$ ou $x=\frac{2}{5}$
donc $S=\left\{0;-16;\frac{2}{5}\right\}$

7. $\frac{-3x-1}{8-5x}=0$
Valeur interdite : $8-5x=0 \iff x=\frac{8}{5}$
$\frac{-3x-1}{8-5x}=0 \iff -3x-1=0$ et $x\neq\frac{8}{5}$
$\frac{-3x-1}{8-5x}=0 \iff x=-\frac{1}{3}$ et $x\neq\frac{8}{5}$
$S=\left\{-\frac{1}{3}\right\}$

8. $\frac{5-8x}{x-2}=3$
Valeur interdite : $x-2=0 \iff x=2$
$\frac{5-8x}{x-2}-3\times\frac{x-2}{x-2}=0$
$\frac{(5-8x)-3\times(x-2)}{x-2}=0$
$\frac{11-11x}{x-2}=0$
$\frac{11-11x}{x-2}=0 \iff 11-11x=0$ et $x\neq 2$
$\frac{11-11x}{x-2}=0 \iff x=1$ et $x\neq 2$
$S=\{1\}$

Exercice n° 24

1. $(5x-1)(x-9)-(x-9)(2x-1)=0$

$(x-9)\left((5x-1)-(2x-1)\right)=0$

$(x-9)\left(5x-1-2x+1\right)=0$

$3x(x-9)=0$

$3x=0$ ou $x-9=0$

$x=0$ ou $x=9$ donc $S=\{0;9\}$

2. $(x-1)(2x-7)=4x^2-28x+49$

$(x-1)(2x-7)=(2x-7)^2$

$(x-1)(2x-7)-(2x-7)^2=0$

$(2x-7)\left((x-1)-(2x-7)\right)=0$

$(2x-7)\left(x-1-2x+7\right)=0$

$(2x-7)\left(-x+6\right)=0$

$2x-7=0$ ou $-x+6=0$

$x=\dfrac{7}{2}$ ou $x=6$ donc $S=\left\{\dfrac{7}{2};6\right\}$

3. $x+1=\dfrac{9}{x+1}$

Valeur interdite : $x+1=0 \iff x=-1$

$$\begin{aligned} x+1=\frac{9}{x+1} &\iff (x+1)^2=9 \text{ et } x\neq 1\\ &\iff x+1=3 \text{ ou } x+1=-3 \text{ et } x\neq 1\\ &\iff x=2 \text{ ou } x=-4 \text{ et } x\neq 1 \end{aligned}$$

$S=\{-4;2\}$

4. $\dfrac{3x-1}{x-5}=\dfrac{3x-4}{x}$

Valeurs interdites : $x-5=0 \iff x=5$

$x=0$

$$\begin{aligned} \frac{3x-1}{x-5}=\frac{3x-4}{x} &\iff x(3x-1)=(x-5)(3x-4) \text{ et } x\neq 5 \text{ et } x\neq 0\\ &\iff 3x^2-x=3x^2-4x-15x+20 \text{ et } x\neq 5 \text{ et } x\neq 0\\ &\iff -x+19x=20 \text{ et } x\neq 5 \text{ et } x\neq 0\\ &\iff x=\frac{20}{18}=\frac{10}{9} \text{ et } x\neq 5 \text{ et } x\neq 0 \end{aligned}$$

$S=\left\{\dfrac{10}{9}\right\}$

5. $\dfrac{x^2-3x}{(x-3)^2}=4$

Valeurs interdites : $x-3=0 \iff x=3$

$$\begin{aligned} \frac{x^2-3x}{(x-3)^2}=4 &\iff x^2-3x=4(x-3)^2 \text{ et } x\neq 3\\ &\iff x(x-3)-4(x-3)^2=0 \text{ et } x\neq 3\\ &\iff (x-3)(x-4(x-3))=0\text{et } x\neq 3\\ &\iff (x-3)(-3x+12)=0 \text{ et } x\neq 3\\ &\iff x-3=0 \text{ ou } -3x+12=0 \text{ et } x\neq 3\\ &\iff x=4 \end{aligned}$$

Donc $S=\{4\}$

6 Inéquations et tableaux de signes

Prérequis

- ✏ Savoir développer et factoriser une expression.
- ✏ Règle des signes pour un produit ou un quotient.
- ✏ Étudier le signe d'une fonction affine.

Inéquation du premier degré

Exercice n° 25

1. $6x + 7 > 4x + 8$
$6x - 4x > 8 - 7$
$2x > 1$
$x > \dfrac{1}{2}$
$S = \left]\dfrac{1}{2}; +\infty\right[$

2. $x + 1 \geqslant 9x + 25$
$x - 9x \geqslant 25 - 1$
$-8x \geqslant 24$
$x \leqslant \dfrac{24}{-8}$
$x \leqslant -3$
$S =]-\infty; -3]$

3. $-7 \leqslant 4x + 9$
$4x \geqslant -16$
$x \geqslant -4$
$S =]-4; +\infty[$

Signe d'un produit

Exercice n° 26

1. Signe de chaque facteur :

$-3x + 12 > 0 \iff x < 4$ $\qquad$ $7 - 2x > 0 \iff x < \dfrac{7}{2}$

x	$-\infty$		$\frac{7}{2}$		4		$+\infty$
signe de $-3x+12$		$+$		$+$	0	$-$	
signe de $7-2x$		$+$	0	$-$		$-$	
signe du produit		$+$	0	$-$	0	$+$	

2. $P(X) \geqslant 0 \iff x \in \left]-\infty; \dfrac{7}{2}\right] \cup [4; +\infty[$

Exercice n° 27

1. $(x - 8)(-1 - 10x) \leqslant 0$
Signe de chaque facteur :

$x - 8 > 0 \iff x > 8$ $\qquad$ $-1 - 10x > 0 \iff x < -\dfrac{1}{10}$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{10}$		8		$+\infty$
signe de $x-8$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $-x-10$		$+$	0	$-$		$-$	
signe du produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

$S = \left]-\infty ; -\frac{1}{10}\right] \cup [8;+\infty[$

2. $(3x+2)^2 - (3x+2)(5x+1) \leqslant 0$
$(3x+2)\left((3x+2)-(5x+1)\right) \leqslant 0$
$(3x+2)(-2x+1) \leqslant 0$
Signe de chaque facteur :

$3x+2>0 \iff x > -\frac{2}{3}$ $\qquad\qquad -2x+1>0 \iff x < \frac{1}{2}$

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
signe de $3x+2$		$-$	0	$-$		$+$	
signe de $-2x+1$		$+$		$-$	0	$-$	
signe du produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

$S = \left]-\infty ; -\frac{3}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2};+\infty\right[$

Exercice n° 28

1. Puisque $x+y=20$, on a $y = 20-x$.

2. $P = xy = x(20-x)$
$P \geqslant 91 \iff x(20-x) \geqslant 91$
$\iff 20x - x^2 - 91 \geqslant 0$
Or $(7-x)(13-x) = 91 - 7x - 13x + x^2 = x^2 - 20x + 91$.
$P \geqslant 91 \iff -x^2 + 20x - 91 \geqslant 0$
$\iff x^2 - 20x + 91 \leqslant 0$
$\iff (7-x)(13-x) \leqslant 0$

3. On dresse le tableau de signes de l'expression $R(x) = (7-x)(13-x)$
$7-x>0 \iff x<7$
$13-x>0 \iff x<13$
On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		7		13		$+\infty$
signe de $7-x$		$+$	0	$-$		$-$	
signe de $13-x$		$+$		$+$	0	$-$	
signe du produit		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x \in [7;13]$ et $y \in [7;13]$ avec $x+y=20$.

Signe d'un quotient

Exercice n° 29

1. $Q(x) = \dfrac{-2x+3}{x+4}$

Valeur interdite : $x+4=0 \iff x=-4$
$-2x+3>0 \iff x < \frac{3}{2}$ $\qquad\qquad x+4>0 \iff x>-4$

On obtient le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-4		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
signe de $-2x+3$		$+$		$+$	0	$-$	
signe de $x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
signe du quotient		$-$	‖	$+$	0	$-$	

2. $Q(x) \leqslant 0 \iff x \in]-\infty; -4[\cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right[$

Exercice n° 30

1. $\dfrac{3}{2x-7} \leqslant 0$

Valeur interdite : $2x - 7 = 0 \iff x = \dfrac{7}{2}$

Le signe de $\dfrac{3}{2x-7}$ ne dépend que du signe de $2x-7$.

$\dfrac{3}{2x-7}$ est négatif quand $2x-7$ est négatif.

$2x - 7 < 0 \iff x < \dfrac{7}{2}$

$$S = \left]-\infty; \frac{7}{2}\right[$$

2. $5 + \dfrac{2}{x+3} \leqslant 0$

Valeur interdite : $x + 3 = 0 \iff x = -3$

$5 + \dfrac{2}{x+3} = \dfrac{5(x+3)+2}{x+3} = \dfrac{5x+17}{x+3}$

$5x + 17 > 0 \iff x > -\dfrac{17}{5}$ $\qquad$ $x + 3 > 0 \iff x > -3$

On obtient le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{17}{5}$		-3		$+\infty$
signe de $5x+17$		$-$	0	$+$		$+$	
signe de $x+3$		$-$		$-$	0	$+$	
signe du quotient		$+$	0	$-$	‖	$+$	

$S = \left[-\dfrac{17}{5}; -3\right[$

Exercice n° 31

1. $\dfrac{x^2-16}{9-4x^2} \geqslant 0$

valeurs interdites : $9 - 4x^2 = 0 \iff (3-2x)(3+2x) = 0 \iff x = \dfrac{3}{2}$ ou $x = -\dfrac{3}{2}$

$\dfrac{x^2-16}{9-4x^2} \geqslant 0 \iff \dfrac{(x-4)(x+4)}{(3-2x)(3+2x)} \geqslant 0$

On obtient le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-4		$-\frac{3}{2}$		$\frac{3}{2}$		4		$+\infty$
signe de $x-4$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $x+4$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
signe de $3-2x$		$+$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
signe de $3+2x$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
signe du quotient		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

$S=\left[-4;-\frac{3}{2}\right[\cup\left]\frac{3}{2};4\right]$

2. $\dfrac{2x+3}{x+1}\leqslant\dfrac{x+1}{2x+3}$

Valeurs interdites : $x+1=0 \iff x=-1$

$2x+3=0 \iff x=-\frac{3}{2}$

$$\begin{aligned}
\frac{2x+3}{x+1}\leqslant\frac{x+1}{2x+3} &\iff \frac{2x+3}{x+1}-\frac{x+1}{2x+3}\leqslant 0\\
&\iff \frac{(2x+3)^2}{(x+1)(2x+3)}-\frac{(x+1)^2}{(2x+3)(x+1)}\leqslant 0\\
&\iff \frac{(2x+3)^2-(x+1)^2}{(2x+3)(x+1)}\leqslant 0\\
&\iff \frac{((2x+3)-(x+1))\,((2x+3)+(x+1))}{(2x+3)(x+1)}\leqslant 0\\
&\iff \frac{(x+2)\,(3x+4)}{(2x+3)(x+1)}\leqslant 0
\end{aligned}$$

On obtient le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-2		$-\frac{3}{2}$		$-\frac{4}{3}$		-1		$+\infty$
signe de $x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
signe de $3x+4$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
signe de $2x+3$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
signe de $x+1$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
signe du quotient		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

$S=\left[-2;-\frac{3}{2}\right[\cup\left[-\frac{4}{3};-1\right[$

7 Géométrie

Prérequis

- ✏ Connaître et savoir utiliser la formule de la distance entre deux points.
- ✏ Connaître et savoir utiliser la formule donnant les coordonnées du milieu d'un segment.
- ✏ Connaître et savoir utiliser les définitions et les propriétés des figures usuelles.
- ✏ Somme de deux vecteurs, produit d'un vecteur par un réel, relation de Chasles.
- ✏ Coordonnées d'un vecteur dans un repère.
- ✏ Déterminant de deux vecteurs.
- ✏ Caractérisation de deux vecteurs colinéaires.

Géométrie vectorielle

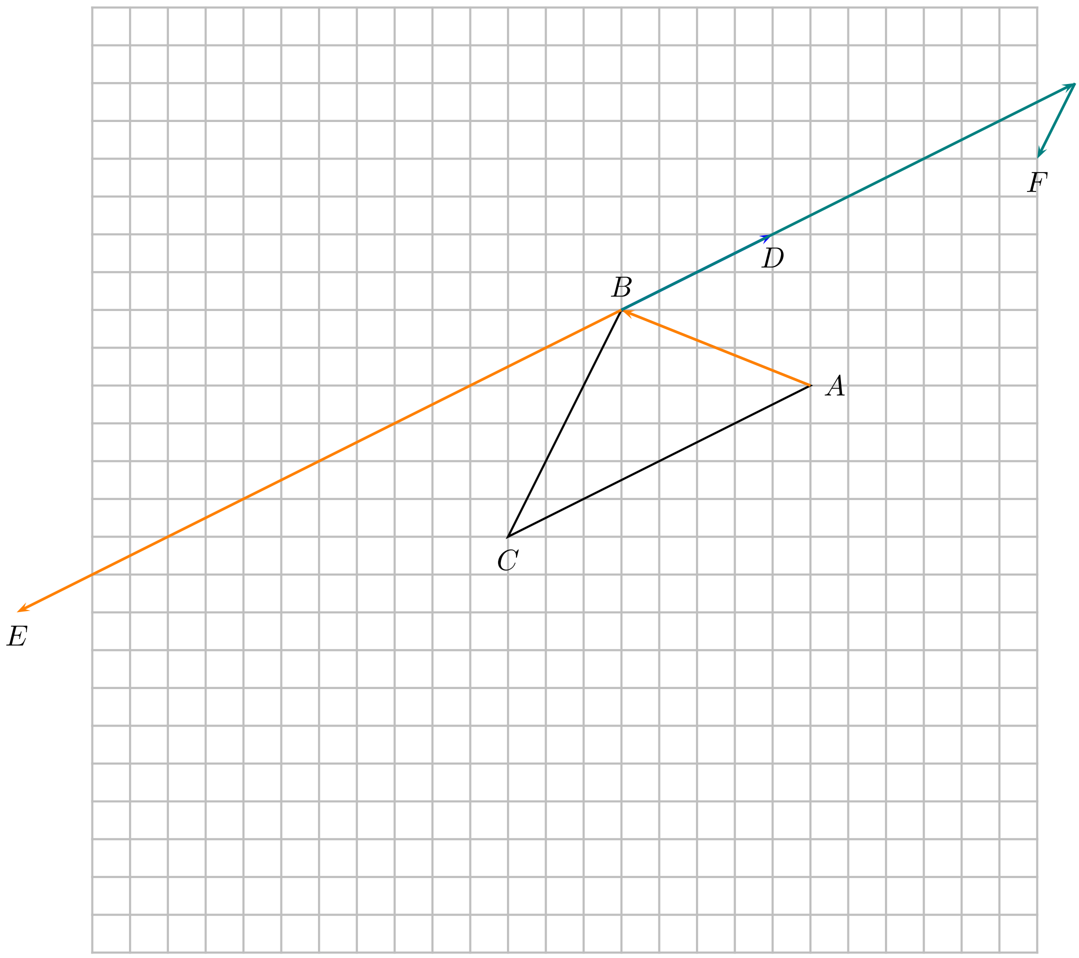
Exercice n° 32

1. réponses b et d
2. réponse a et d
3. réponse b
4. réponse d
5. réponse a
6. réponse c
7. réponse a
8. réponses a et b
9. réponses a et c
10. réponses a et c

Exercice n° 33

On considère le triangle ABC, construire les points D, E et F tels que :

$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ $\qquad$ $\overrightarrow{BD} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ $\qquad$ $\overrightarrow{FB} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$



Géométrie analytique

Exercice n° 34

1. $\vec{u}+\vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}0\\8\end{pmatrix}$;
2. $-3\overrightarrow{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}-6\\-9\end{pmatrix}$;
3. $-3\overrightarrow{u}+2\overrightarrow{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}-10\\1\end{pmatrix}$

Exercice n° 35

1. $AB^2=(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2$
   $AB^2=\left(\frac{1}{2}-(-2)\right)^2+(-1-3)^2$
   $AB^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2+(-4)^2$
   $AB^2=\frac{25}{4}+16$
   $AB^2=\frac{89}{4}$ donc $AB=\sqrt{\frac{89}{4}}=\frac{\sqrt{89}}{2}$
2. E est le milieu de $[BC]$ donc $\begin{cases}x_E=\dfrac{x_B+x_C}{2}\\y_E=\dfrac{y_B+y_C}{2}\end{cases}$.
   $\begin{cases}x_E=\dfrac{\frac{1}{2}+5}{2}\\y_E=\dfrac{-1+1}{2}\end{cases}$.
   $\begin{cases}x_E=\dfrac{11}{4}\\y_E=0\end{cases}$. $E\left(\frac{11}{4};0\right)$
3. D symétrique de B par rapport à A donc A est le milieu de $[BD]$.
   On doit donc avoir $\begin{cases}x_A=\dfrac{x_B+x_D}{2}\\y_A=\dfrac{y_B+y_D}{2}\end{cases}$.
   Soit $\begin{cases}-2=\dfrac{\frac{1}{2}+x_D}{2}\\3=\dfrac{-1+y_D}{2}\end{cases}$.
   $\begin{cases}-4=\dfrac{1}{2}+x_D\\6=-1+y_D\end{cases}$.
   $\begin{cases}-4-\dfrac{1}{2}=x_D\\6+1=y_D\end{cases}$.
   On obtient $\begin{cases}x_D=-\dfrac{9}{2}\\y_D=7\end{cases}$. $D\left(-\frac{9}{2};7\right)$

Exercice n° 36

$ABCD$ soit un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

Autrement dit, si et seulement si $\begin{cases}x_B-x_A=x_C-x_D\\y_B-y_A=y_C-y_D\end{cases}$

$\begin{cases}-2-1=-4-x_D\\7-3=1-y_D\end{cases}$

On obtient $\begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = 3 \end{cases}$ donc $D\,(1;3)$

Exercice n° 37

1. A, B et C sont alignés si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.
Autrement sit, si et seuelemnt si le déterminant $det\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}\right) = 0$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Donc $det\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}\right) = \begin{vmatrix} 8 & 6 \\ -4 & -3 \end{vmatrix} = 8 \times (-3) - 6 \times (-4) = 0$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires donc que A, B et C sont alignés

2. (AB) et (DE) sont parallèles si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont colinéaires.
$\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix} x_E - x_D \\ y_E - y_D \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$

Donc $det\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{DE}\right) = \begin{vmatrix} 8 & -4 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} = 8 \times 2 - (-4) \times (-4) = 0$

Le déterminant est nul. On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont colinéaires donc que(AB) et (DE) sont parallèles.

Exercice n° 38

1. Pour tracer la droite d_1, il suffit de déterminer deux points de cette droite :
Si $x = 0$, alors $y = -2$ donc le point de coordonnées $(0; -2)$ appartient à d_1.
Si $x = -2$, alors $y = -1$ donc le point de coordonnées $(-2; -1)$ appartient à d_1.
Il ne reste qu'à placer les points obtenus et à tracer la droite.
Pour tracer la droite d_2, on procède de la même façon.

2. **a.** Tracer la droite d_3 passant par le point $A(-2; 5)$ et de coefficient directeur $m = -\dfrac{3}{2}$.

b. L'équation réduite de d_3 est de la forme $y = -\dfrac{3}{2}x + p$.

Puisque $A \in d_3$, on doit avoir $y_A = -\dfrac{3}{2}x_A + p$ soit $5 = -\dfrac{3}{2} \times (-2) + p$.
On en déduit que $p = 2$.
L'équation réduite de d_3 est de la forme $y = -\dfrac{3}{2}x + 2$.

3. **a.** d_1 et d_2 n'ont pas le même coefficient directeur donc elles sont sécantes.

b. Les coordonnées de M sont les solutions du système $\begin{cases} y = -0,5x - 2 \\ y = 4x - 20 \end{cases}$

On a donc $-0,5x - 2 = 4x - 20$ soit $x = \dfrac{18}{4,5} = 4$
On en déduit que $y = 4 \times 4 - 20 = -4$
$M(4; -4)$

c. $-\dfrac{3}{2}x_M + 2 = -\dfrac{3}{2} \times 4 + 2 = -6 + 2 = -4 = y_M$
Les coordonnées de M vérifient l'équation de d_3 donc $M \in d_3$.

Exercice n° 39

1. Pour tracer la droite d, il suffit de déterminer deux points de cette droite :
Si $y = 0$, alors $x = -3,5$ donc le point de coordonnées $(-3,5; 0)$ appartient à d.
Si $x = 1$, alors $y = 3$ donc le point de coordonnées $(1; 3)$ appartient à d.
Il ne reste qu'à placer les points obtenus et à tracer la droite.

2. Si $x = -\dfrac{1}{2}$ alors $2 \times \left(\dfrac{1}{2}\right) - 3y + 7 = 0$ donc $y = 2$.
L'ordonnée du point A est $y_A = 2$.

3. Si $y = 1$ alors $2x - 3 \times 1 + 7 = 0$ donc $x = -2$.
L'abscisse du point B est $x_B = -2$.

Exercice n° 40

1. Un point $M(x;y)$ appartient à (AB) si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.
Autrement dit, si et seulement si $det\left(\overrightarrow{AM}\,;\overrightarrow{AB}\right) = 0$.
$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-2 \\ y-4 \end{pmatrix}$
$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}$
Donc $det\left(\overrightarrow{AM}\,;\overrightarrow{AB}\right) = \begin{vmatrix} x-2 & -3 \\ y-4 & -3 \end{vmatrix} = -3(x-2) - (-3)(y-4) = -3x + 3y - 6$
$M(x;y)$ appartient à (AB) si et seulement si $-3x + 3y - 6 = 0$.
$-3x + 3y - 6 = 0$ est une équation cartésienne de (AB).
$x - y + 2 = 0$ en est une autre.

2. Un point $M(x;y)$ appartient à la droite Δ si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.
Autrement dit, si et seulement si $det\left(\overrightarrow{CM}\,;\overrightarrow{AB}\right) = 0$.
$\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} x_M - x_C \\ y_M - y_C \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} x-5 \\ y-10 \end{pmatrix}$
$det\left(\overrightarrow{CM}\,;\overrightarrow{AB}\right) = \begin{vmatrix} x-5 & -3 \\ y-10 & -3 \end{vmatrix} = -3(x-5) - (-3)(y-10) = -3x + 3y - 15$.
$-3x + 3y - 15 = 0$ est une équation de la droite Δ.
$x - y + 3 = 0$ en est une autre.

Exercice n° 41

D'après un exercice du manuel *Le livre scolaire* éditions 2019

1. $MO^2 = (x_0 - x_M)^2 + (y_O - y_M)^2$.
$MO^2 = x^2 + y^2$.
$MA^2 = (x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2$.
$MA^2 = (2 - x)^2 + (-1 - y)^2$.

2. On veut que $MO^2 = MA^2$ soit que $x^2 + y^2 = (2-x)^2 + (-1-y)^2$
Après simplification, on obtient $-4x + 2y + 5 = 0$.

3. $M(x;y)$ appartient à d si et seuelemnt si $MO^2 = MB^2$.
Autrement dit, si et seulement si, $x^2 + y^2 = (1-x)^2 + (2-y)^2$
Après simplification, on obtient $-2x - 4y + 5 = 0$

4. Les coordonnées de C sont les solutions du système $\begin{cases} -4x + 2y + 5 = 0 \\ -2x - 4y + 5 = 0 \end{cases}$
On transforme le système en multipliant la 1$^{\text{ère}}$ égalité par -1 et la deuxième par 2, on obtient
$\begin{cases} 4x - 2y - 5 = 0 \\ -4x - 8y + 10 = 0 \end{cases}$
En additionnant les deux nouvelles égalités, membre à membre, on obtient $-10y + 5 = 0$ soit $y = \dfrac{1}{2}$
On remplace dans la première égalité $-4x + 2 \times \dfrac{1}{2} + 5 = 0$ et on obtient $x = \dfrac{3}{2}$.
On a $C\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.
Le point C est le point d'intersection de deux médiatrices du triangle OAB donc, c'est le centre du cercle circonscrit.

5. **a.** K est le milieu de [AB] donc on a $\begin{cases} x_K = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_K = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$ Soit $\begin{cases} x_K = \dfrac{2+1}{2} = \dfrac{3}{2} \\ y_K = \dfrac{-1+2}{2} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ donc $K\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2}\right)$
b. Les points C et K sont confondus.
Le centre du cercle circonscrit au triangle OAB est aussi le milieu du segment $[AB]$ donc le triangle est rectangle en 0.

8 Probabilités

Prérequis

- ✏ Notion d'expérience aléatoire et de modélisation (notamment à l'aide d'arbres).
- ✏ Calculs de probabilités.
- ✏ Langage des événements.
- ✏ Réunion et intersection d'événements.
- ✏ Événement contraire.

Exercice n° 42

1. réponse b
2. réponse a
3. réponse b
4. réponse c
5. réponse b
6. réponse a
7. réponse d

Exercice n° 43

1. $p(A) = \dfrac{1}{4}$ et $p(B) = \dfrac{4}{32} = \dfrac{1}{8}$
2. $\overline{A}$: « ne pas tirer de trèfle » . $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = \dfrac{3}{4}$
3. $A \cup B$: « Tirer un trèfle ou tirer un roi » et $p(A \cup B) = \dfrac{11}{32}$.

   $A \cap B$: « Tirer le roi de trèfle » et $p(A \cap B) = \dfrac{1}{32}$

Exercice n° 44

1. On doit avoir $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1$ soit $0,2 + 0,25 + 0,1 + p_4 + 2p_4 = 1$
   On obtient donc $p_4 = 0,15$ et par conséquent $p_5 = 0,3$
2. **a.** La probabilité que la flèche indique un multiple de 2 est $0,25 + 0,15 = 0,4$

   b. La probabilité que la flèche indique un secteur avec un numéro inférieur ou égal à 3 est $0,2 + 0,25 + 0,1 = 0,55$

Exercice n° 45

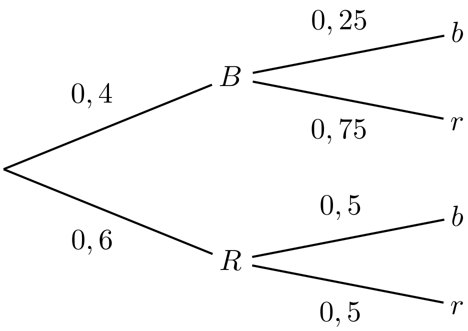
1. Compléter le tableau

	Nombre d'élèves ayant eu la grippe	Nombre d'élèves n'ayant pas eu la grippe	Total
Nombre d'élèves vaccinés	9	291	300
Nombre d'élèves non vaccinés	119	861	980
Total	128	1 152	1 280

2. $p(A) = \dfrac{300}{1280} = \dfrac{15}{64}$ $p(B) = \dfrac{128}{1\,280} = \dfrac{1}{10}$ $p(C) = \dfrac{9}{1\,280}$
3. $p_{\overline{A}}(B) = \dfrac{119}{980} = \dfrac{17}{140}$

Exercice n° 46

1. Arbre pondéré.



2. La probabilité est $0,4 \times 0,25 + 0,6 \times 0,5 = 0,4$.